FÍSICA
JUNIO 2019
OPCIÓN B

Pregunta 1.- (Calificación máxima: 2 puntos)
El *Amazonas 5* es un satélite geoestacionario de comunicaciones de 5900 kg puesto en órbita en septiembre de 2017. Determine:
a) La altura sobre el ecuador terrestre del satélite y su velocidad orbital.
b) La fuerza centrípeta necesaria para que describa la órbita y la energía total del satélite en dicha órbita.
Datos: Constante de Gravitación Universal, G= $6,67\cdot10^{-11}$N·m^2·kg^{-2}, Masa de la Tierra, M_t= $5,97\cdot10^{24}$kg, Radio de la Tierra, R_T=$6,37\cdot10^6$m.

Solución:

a) En el enunciado nos muestra que el satélite es geoestacionario, por lo tanto, ya conocemos el periodo de rotación del satélite (24 horas = 86400 s). Para poder calcular la altura, lo que haremos será proceder a igualar la fuerza gravitatoria a la fuerza centrípeta (dado que la órbita seguida por dicho satélite es circular).

$$F_{CP} = F_g \rightarrow \frac{m\cdot v^2}{R} = \frac{GM_T m}{R^2} \rightarrow \omega^2\cdot R^2 = \frac{GM_T}{R} \rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{G\cdot M_T\cdot T^2}{4\pi^2}} \rightarrow$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{6.67\cdot 10^{-11}\cdot 5{,}97\cdot 10^{24}\cdot 86400^2}{4\pi^2}} = 42226910{,}18\, m$$

Una vez calculado el radio de la órbita, la altura sobre el ecuador será:

$$R = R_T + h \rightarrow h = R - R_T = 42226910{,}18\, m - 6370000\, m = 358569{,}18\, m$$

A partir del desarrollo anterior llegaremos a la expresión de la velocidad orbital, que será:

$$v = \sqrt{\frac{G\cdot M_T}{R}} = \sqrt{\frac{6{,}67\cdot 10^{11}\cdot 5{,}97\cdot 10^{24}}{42226910{,}18}} = 3073{,}399\, m/s$$

b) La fuerza centrípeta se podrá calcular la expresión siguiente:

$$F_{CP} = \frac{m\cdot v^2}{R} = \frac{5900\cdot(3073{,}399)^2}{42226910{,}18} = 1319{,}778\, N$$

Para el cálculo de la energía mecánica en la órbita, se tendrá en cuenta la energía cinética y la potencial gravitatoria en dicha órbita. (IMPORTANTE: Considerar la fórmula de la velocidad orbital desarrollada en el apartado anterior para simplificar la expresión de la energía mecánica)

$$E_M = E_C + E_{P,G} = \frac{m \cdot v^2}{2} - \frac{GM_T m}{R} \rightarrow E_M = -\frac{GM_T m}{2R}$$

$$E_M = -\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} \cdot 5900}{2 \cdot 422226910{,}18} = -2{,}78 \cdot 10^{-10} J$$

Pregunta 2.- (Calificación máxima: 2 puntos)
Una onda armónica transversal de frecuencia *f*= 0,25 Hz y longitud de onda λ=2 m se propaga en el sentido positivo del eje x. Sabiendo que el punto situado a x=0,5 m tiene, en el instante t= 2s, elongación nula y velocidad de vibración negativa, y en el instante t=3s, elongación y= -0,2 m, determine:

a) La expresión matemática que representa dicha onda.
b) La velocidad máxima de oscilación de cualquier punto alcanzado por la onda, y la diferencia de fase, en un mismo instante, entre dos puntos situados en el eje x que distan entre si 0,75 m.

Solución:

a) Consideraremos como expresión de la onda armónica transversal que se propaga en sentido positivo del eje x, la siguiente:

$$y\,(x,t) = A \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi)$$

A partir de los datos de frecuencia y longitud de onda, determinamos ω y k.

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 0{,}25 = \frac{\pi}{2} rad/s$$
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2} = \pi \frac{rad}{m}$$

Sabemos que si x= 0,5 m y t= 2 s, la elongación es nula (y = 0 m). Por lo tanto, podremos calcular la fase inicial φ.

$$y\,(0{,}5;2) = A \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot 2 - \pi \cdot 0{,}5 + \varphi\right) = 0 \rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot 2 - \pi \cdot 0{,}5 + \varphi\right) = 0$$
$$\rightarrow \pi - \frac{\pi}{2} + \varphi = arc\cos 0 \rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{2} + \varphi = \frac{\pi}{2} \rightarrow \varphi = 0\, rad \\ \frac{\pi}{2} + \varphi = \frac{3\pi}{2} \rightarrow \varphi = \pi\, rad \end{cases}$$

Comprobando las dos soluciones en la ecuación de la velocidad de propagación y teniendo en cuenta que, para valores de t = 2 s y x= 0,5 m, muestra velocidad de propagación negativa.

$$v(x;t) = \frac{\partial y(x;t)}{\partial t} = y\,(x,t) = -A\omega \cdot \mathrm{sen}(\omega t - kx + \varphi)$$
Si $\varphi = 0\, rad \rightarrow v\,(0.5;2) = -\frac{A\pi}{2} \cdot sen\left(\frac{\pi}{2}\right) \rightarrow v < 0\ (aceptamos\ este\ valor\ de\ \varphi)$
Si $\varphi = \pi\, rad \rightarrow v\,(0.5;2) = -\frac{A\pi}{2} \cdot sen\left(\frac{3\pi}{2}\right) \rightarrow v > 0\ (desechamos\ este\ valor\ de\ \varphi)$

Nos falta por determinar el valor de la amplitud, la cual se determinará teniendo en cuanta que:

$$y\,(0{,}5;3) = A\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}\cdot 3-\pi\cdot 0{,}5\right) = -0.2 \rightarrow\ A = \frac{-0.2}{\cos(\pi)} = 0{,}2\,m$$

Finalmente, la expresión de la onda será:

$$y\,(x,t) = 0{,}2\cdot\cos(\frac{\pi}{2}t-\pi x)$$

Siendo x e y medidos en metros, y t en segundos.

b) La velocidad máxima del movimiento, se calculará teniendo en cuenta la expresión obtenida de la velocidad de propagación del apartado anterior y considerando que, para que sea máxima, la razón trigonométrica debe ser +1 ó -1 (válidas indistintamente ambas posibilidades ya que sólo afectará al signo y no al valor de la misma).

$$v_{máx} = A\cdot\omega = 0.2\cdot\frac{\pi}{2} = 0{,}314\frac{m}{s}$$

Para la diferencia de fase de dos puntos que se encuentran en el mismo instante, separados una distancia de 0,75 m; tendremos sólo las fases de ambos casos quedando la siguiente expresión con la que calcularemos la diferencia de fase $\Delta\varphi$:

$$\Delta\varphi = (\omega t-kx_2)-(\omega t-kx_1) = k\cdot\Delta x = \ \pi\cdot 0{,}75 = \ {}^{3\pi}/_{4}\ rad.$$

<u>Pregunta 3.-</u> (Calificación máxima: 2 puntos).

Dos cargas puntuales, con valores q_1= -4 nC y q_2= +2 nC respectivamente, están situadas en los puntos P_1 (-5,0) y P_2 (3, 0) (coordenadas en centímetros). Determine:

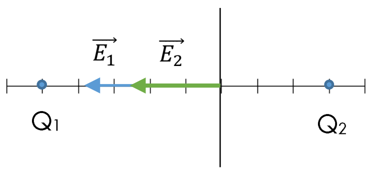
a) El campo eléctrico y el potencial eléctrico en el origen de coordenadas.

b) En qué punto situado en el segmento de une las dos cargas el potencial eléctrico se anula.

Dato: Constante de la Ley de coulomb, K= $9\cdot 10^9 N\cdot m^2\cdot C^{-2}$

Solución:

a) El vector campo eléctrico resultante se calcula como suma vectorial de los campos generados por ambas cargas, debido a que las cargas son de distinto signo.



$$\left.\begin{array}{r}\vec{E_1} = \dfrac{Kq_1}{d_1^2}\vec{\imath} = (-\vec{\imath}) = -\dfrac{14400N}{C}\\ \vec{E_2} = \dfrac{Kq_1}{d_2^2}\vec{\imath} = \dfrac{9\cdot 10^9\cdot 2\cdot 10^{-9}}{(0{,}03)^2}(-\vec{\imath}) = -\dfrac{20000N}{C}\end{array}\right\}\rightarrow \vec{E_R} = \vec{E_1}+\vec{E_2}$$

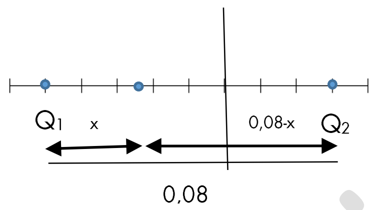
$$\overrightarrow{E_R} = -\frac{34400N}{C}\vec{\imath}$$

Para el potencial, dado que es un escalar, sería:

$$V_T = V_1 + V_2 = \frac{Kq_1}{d_1} + \frac{Kq_2}{d_2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-4 \cdot 10^{-9})}{0{,}05} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-9}}{0{,}03}$$

$$V_T = -120\ V$$

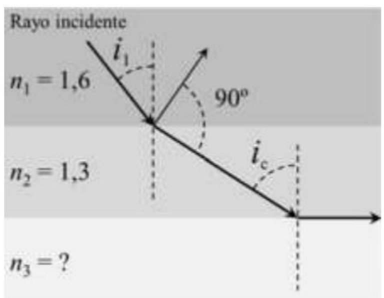
b) Teniendo en cuenta el esquema que viene a continuación, determinaremos cuando el potencial eléctrico neto será cero.



$$V_T = V_1 + V_2 = 0 \rightarrow \frac{Kq_1}{d_1} = -\frac{Kq_2}{d_2} \rightarrow \frac{2}{x} = \frac{1}{0{,}08 - x} \rightarrow 0{,}16 - 2x = x \rightarrow$$
$$x = \frac{0{,}16}{3} \rightarrow x = 0{,}053m$$

Pregunta 4.- (Calificación máxima: 2 puntos)

Un rayo de luz se propaga según muestra el esquema de la figura. Primero incide con un ángulo i_i desde un medio de índice de refracción $n_1 = 1.6$ sobre un medio de índice de refracción $n_2 = 1.3$, de manera que el rayo reflejado y el refractado ente sí forman un ángulo de 90°. El rayo refractado incide con el ángulo crítico i_c sobre otro medio de índice de refracción n_3 desconocido. Determine:



a) Los ángulos de incidencia i_i e i_c.
b) El índice de refracción n_3.

Solución

a) Aplicando la ley de Snell, teniendo en cuenta que los ángulos a calcular son complementarios (véase esquema en el enunciado) y si tenemos en cuenta que el seno de un ángulo equivale al coseno del ángulo complementario. Por lo tanto, tendremos lo siguiente:

$$\left.\begin{matrix} n_1 \cdot sen\ (i_1) = n_2 \cdot sen\ (\theta_2) \\ 90º + i_i + \theta_2 = 180º \end{matrix}\right\} \rightarrow \quad n_1 \cdot sen\ (i_i) = n_2 \cdot cos\ (i_1) \rightarrow \tan(i_1) = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1{,}3}{1.6} \rightarrow i_1 = 39.1º$$

Una vez calculado el ángulo incidente, calculamos el ángulo refractado θ_2.
El valor obtenido para dicho ángulo es 50,1°.

mundoestudiante métodoBarbeito

b) Teniendo en cuenta que el ángulo θ_2 es el ángulo crítico (i_C), operaremos de la siguiente manera:

$$n_2 \cdot sen\,(i_C) = n_3 \cdot sen\,(90º) \rightarrow n_3 = sen(50{,}1º) \cdot 1.3 \simeq 1$$

Pregunta 5.- (Calificación máxima: 2 puntos)
Se dispone de una muestra de 10 mg de ^{238}Pu cuyo periodo de semidesintegración es de 87,7 años y su masa atómica es 238 u. Calcule.

a) El tiempo necesario para que la muestra se reduzca a 2 mg.
b) Los valores de actividad inicial y final.

Dato: Número de Avogradro, $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

Solución:

a) Puesto que tenemos periodo de semidesintegración (*tiempo al cual el número de núcleos de sustancia radiactiva se verá reducido a la mitad*), podremos calcular la constante radiactiva, sabiendo que ambos parámetros se relacionan de la siguiente forma: (el periodo de semidesintegración pasado a segundos equivale a $2{,}7657 \cdot 10^9$ s.

$$\lambda = \frac{Ln\,(2)}{T_{\frac{1}{2}}} = \frac{Ln(2)}{2{,}7657 \cdot 10^9} = 2{,}506 \cdot 10^{-10} s^{-1}$$

Aplicando la *ley de decaimiento radiactivo* (expresada en función de las masas en lugar de los números de núcleos), obtendremos el tiempo necesario para que se produzca ese cambio de masa.

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda t} \rightarrow t = -\frac{\ln(0{,}2)}{2{,}506 \cdot 10^{-10}} = 6{,}42 \cdot 10^9 s$$

$$A_o = N_o \cdot \lambda = \frac{2.506 \cdot 10^{-10} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{238} = 6{,}34 \cdot 10^9 Bq$$

$$A = N \cdot \lambda = \frac{2.506 \cdot 10^{-10} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{238} = 1{,}271 \cdot 10^9 Bq$$